| | | |
|---|---|---|
| ENIG | République Tunisienne<br>Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique<br>Université de Gabès<br>Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès | Réf : DE-EX-01<br>Indice :3 |
| | **EPREUVE D'EVALUATION** | Date : 02/12/2019<br>Page : 1/2 |

| | |
|---|---|
| **Année Universitaire** : 2021/2022 | **Date de l'Examen**: 23/11/2021 |
| **Nature** : ☑DC ☐ Examen ☐ DR | **Durée** : ☐1h☑1h30min ☐ 2h |
| **Diplôme** : ☐Mastère ☑ Ingénieur | **Nombre de pages :02** |
| **Section** : ☐GCP☐GCV☐GEA☑GCR☐GM | **Enseignante : Mr. Abdelhakim KHLIFI** |
| **Niveau d'étude** : ☐1ère ☑2ème ☐3èmeannée | **Documents Autorisés** :☐ Oui☑Non |
| **Matière : Communications Numériques** | **Remarque:** Calculatrice autorisée |

**Exercice 1 : (6 points)**

1. Donnez les objectifs à atteindre lors de la conception d'une chaine de communication numérique
2. Donnez les critères de choix d'un bon code en ligne.
3. Dans un tableau, comparez les codes NRZ bipolaire, NRZ unipolaire, RZ-1/2
4. Déterminer, avec démonstration, l'expression de la densité spectrale de puissance du codage RZ-1/2 unipolaire. En déduire celle du code Manchester. Conclure.

**Exercice 2: (14 points)**

On désire étudier la performance d'un signal NRZ **unipolaire**. Ce signal est transmis à travers un canal BBAG. La densité spectrale de puissance du bruit vaut $2.94 \times 10^{-13} W/Hz$. Une mesure du rapport Signal sur Bruit à la sortie du filtre de réception est donnée par la valeur 12 dB. La source est considérée non équiprobable.

$\frac{S}{B} = 12\,dB$

$\frac{N_0}{1} = 2,94\,10^{-13}\,W/Hz$

1/2

On suppose que le critère de Nyquist est respecté. La bande du système $B = 3.78\ MHz$ et la facteur roll-off $\alpha = 0.4$.

1. Schématiser la chaine de transmission numérique complète.
2. Ecrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception. Analysez cette expression.
3. Donnez, avec démonstration, l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$ en fonction de $A$, $\sigma$, $p_1$ et $\lambda$ le seuil de détection.
4. Donnez, avec démonstration, l'expression du seuil de décision optimal $\lambda_{opt}$ qui minimise la probabilité d'erreur en fonction $A$, $\sigma$ et $p_1$.
5. Sachant que $\lambda_{opt} = 3\ mV$, calculer la probabilité $p_1$. ?
6. Calculer dans ce cas la probabilité d'erreur $P_e$. ?
7. Maintenant, la puissance d'émission est augmentée d'ordre 20%. Recalculer dans ce cas la probabilité d'erreur $P_e$. Conclure.
8. Donnez des solutions pour diminuer la probabilité d'erreur $P_e$.
9. Schématiser, sur une période $T$, le filtre de réception . Quel est son rôle ?
10. Quel est l'intérêt de diagramme de l'œil.
11. Tracez le digramme de l'œil du signal reçu dans les cas suivants :
    a. Canal parfait
    b. Canal à bande limitée
12. Quels sont les conditions à respecter pour un filtre de Nyquist idéal. Est-il réalisable dans la pratique ? Justifiez votre réponse.



CamScanner

# Annexe

$$erfc(x) = 2.Q(\sqrt{2}x)$$

$\sigma^2 = 12\,dB.$

Eb DSP = Pe = 2,94 x $10^{-3}$ W (B).

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{+\infty} e^{-z^2}\,dz$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_x^{+\infty} e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}}\,dy$$

$$\frac{d(erfc(u))}{du} = \frac{-2}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u'$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2T_b}$$

- DSP d'un code en ligne sans mémoire :

$$\gamma_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2}\sum_k \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$$

$E = A^2 Tb$

$Tb = \frac{E}{A^2}$

$\sigma^2 = n^2 = \frac{N_0}{2Tb}$

21

| | | |
|---|---|---|
| ENIG | République Tunisienne<br>Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique<br>Université de Gabès<br>Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès | Réf : DE-EX-01<br>Indice :3 |
| | **EPREUVE D'EVALUATION** | Date : 02/12/2019<br>Page : 1/2 |

| | |
|---|---|
| **Année Universitaire** : 2022/2023 | **Date de l'Examen**: 29/11/2022 |
| **Nature** : ☑DC☐Examen☐DR | **Durée** : ☐1h☑1h30min ☐ 2h |
| **Diplôme** : ☐Mastère ☑Ingénieur | **Nombre de pages :02** |
| **Section** : ☐GCP☐GCV☐GEA☑GCR☐GM | **Enseignant : M. Abdelhakim KHLIFI** |
| **Niveau d'étude** : ☐1ère☑2ème ☐3ème année | **Documents Autorisés** :☐ Oui☑Non |
| **Matière :Communications Numériques** | **Remarque:**Calculatrice autorisée |

On désire transmettre la séquence binaire « 011110101010101 » via un canal BBAG avec ~~un débit binaire~~ ~~$D = 4$ Mbit/s.~~ un système de $B = 2{,}4$ MHz.

## *Partie A*

**Initialement, le canal est considéré idéal et la source est équiprobable.**

Le signal est codé en RZ-1/2 et Manchester.

1. Schématisez les deux codages.
2. Déterminer, avec démonstrations, les expressions des DSP de codes RZ-1/2 et Manchester.
3. Sur une même figure, tracez les DSP de deux codes.
4. Dans un tableau, comparez les deux codes.
5. Schématisez la chaine de transmission et donnez la fonction de chaque bloc.
6. Sur période $2T$, schématisez les deux filtres de réception.

## *Partie B*

Maintenant, le canal est considéré non idéal et la source est non équiprobable. Dans cette partie, le signal est codé en **RZ-1/2.** Ce signal est transmis à travers un canal BBAG. La puissance du signal mesurée à la réception $P_r = 49\mu W$.

$10^{-6}$ W

$DSP = \frac{N_0}{2}$

1. Schématiser la chaine de transmission numérique complète et écrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception.
2. Donnez, avec démonstration, l'expression de la probabilité d'erreur$P_e$ en fonction de $A$,$\sigma$ , $p_0$, $p_1$ et $\lambda$ le seuil de détection.
3. Donnez, avec démonstration, l'expression de seuil de décision optimal $\lambda_{opt}$ qui minimise la probabilité d'erreur. En déduire l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$.
4. Sachant que la valeur du seuil de détection vaut $4\ mV$ et la probabilité $p_0=\frac{4}{5}$, calculer dans ce cas la probabilité d'erreur $P_e$.
5. Un amplificateur avec un gain de 6dB est placé à l'émetteur. Recalculer $P_e$. Conclure
6. Quelle est la solution optimale pour diminuer $P_e$.
7. Schématisez sur une période $T$ le filtre adapté.
8. Montrez que le critère de Nyquist idéal est $R_{max}=2B$. Pourquoi le filtre de Nyquist est non réalisable dans la pratique ?
9. Sachant que le facteur roll-off $\alpha=0.2$ et la bande du système $B$, calculer le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre de réception.
10. Schématiser, sur une période $2T$, le digramme de l'œil du signal reçu pour les deux cas (canal idéal / canal non idéal).
11. Quelles sont les contraintes de la conception d'un système de communications numériques ?

**Bonne chance** ☺

CamScanner

| ENIG<br>GCR2 | Devoir de contrôle<br>Communications numériques | A.U : 2017/2018<br>Durée : 1H30 |
|---|---|---|

## Exercice 1 :

Soit la séquence S= 010100111011

1- Donnez les codages suivants :
   a. RZ
   b. NRZ
   c. Manchester
   d. Manchester différentiel
   e. Miller

2. Donnez les densités spectrales de puissance des codages RZ et NRZ. Conclure

3. Quels sont les critères du choix d'un code en ligne ?

## Exercice 2 :

1. Soit une ligne de transmission de fréquences extrêmes 200-5200 Hz. La rapidité de modulation est de 2400 bauds et les signaux sont transmis avec une valence de 8. Quel est le débit binaire disponible sur cette ligne ?
2. Soit une ligne de transmission caractérisée par une bande passante 61-352 kHz, et par un rapport signal sur bruit de 25 dB.
   a. Quelle est la capacité maximale théorique de cette ligne ?
   b. Même question avec un rapport signal sur bruit de 12 dB.
3. Quelle est la rapidité de modulation nécessaire pour qu'un canal de transmission ait un débit binaire de 2400 bit/s sachant que les signaux transmis sont quadrivalents ?

## Exercice 3 :

On considère une transmission NRZ unipolaire dont la rapidité de modulation $R = 2.10^5$ baud . On considère un canal BBAG idéal dont sa densité spectrale de puissance vaut 0.04 W/Hz. On souhaite avoir une probabilité d'erreur $P_e = 10^{-5}$.

1. Donnez l'expression du seuil de décision optimal qui minimise la probabilité d'erreur.
2. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, vérifiez que $\lambda_{opt} = \frac{V}{2}$.
3. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, montrez que :

$$Pe = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

4. Déterminez dans ce cas, l'amplitude du signal $V$ et la valeur de $\lambda_{opt}$.
5. Tracer la réponse impulsionnelle du filtre adapté et calculer le rapport signal sur bruit à sa sortie.

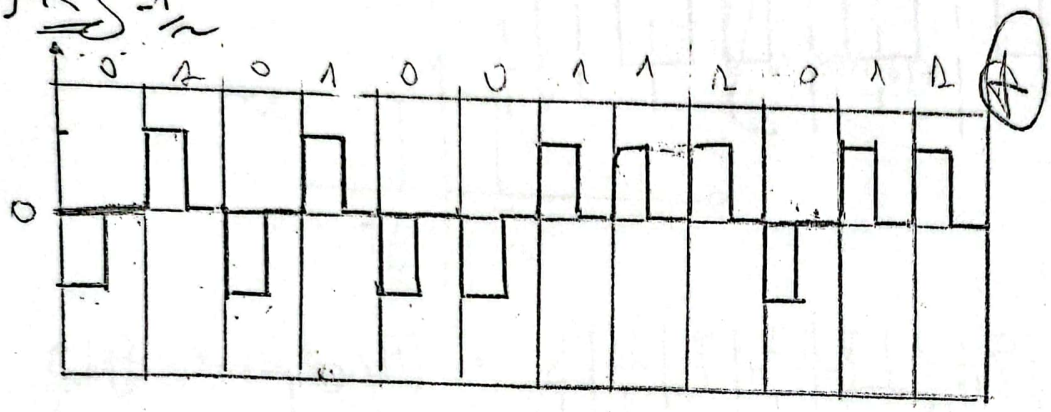
# Communications numériques

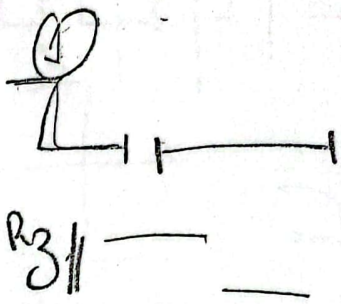
## Exercice 1 :

Soit la séquence S = 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 1 1

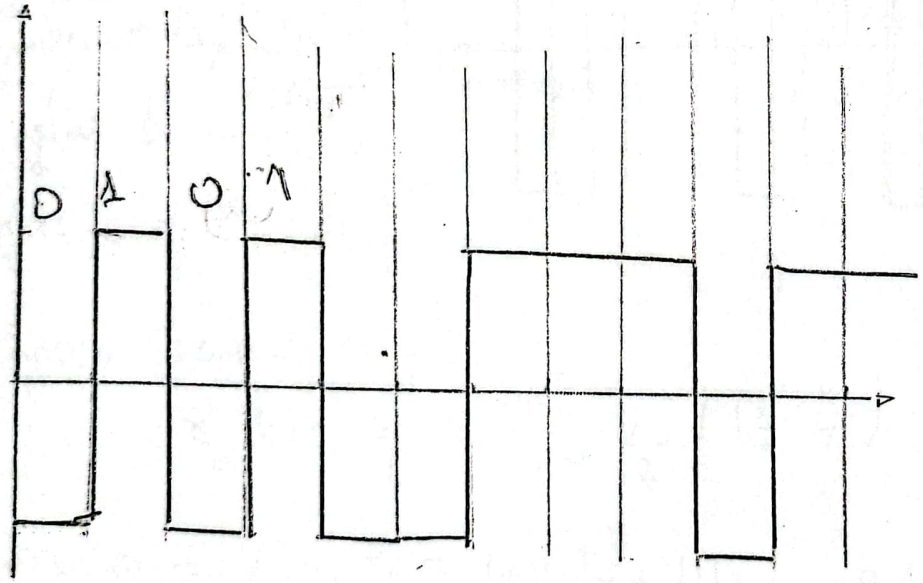
1. Donner les codages suivants :

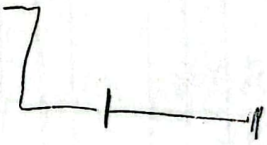
a) RZ



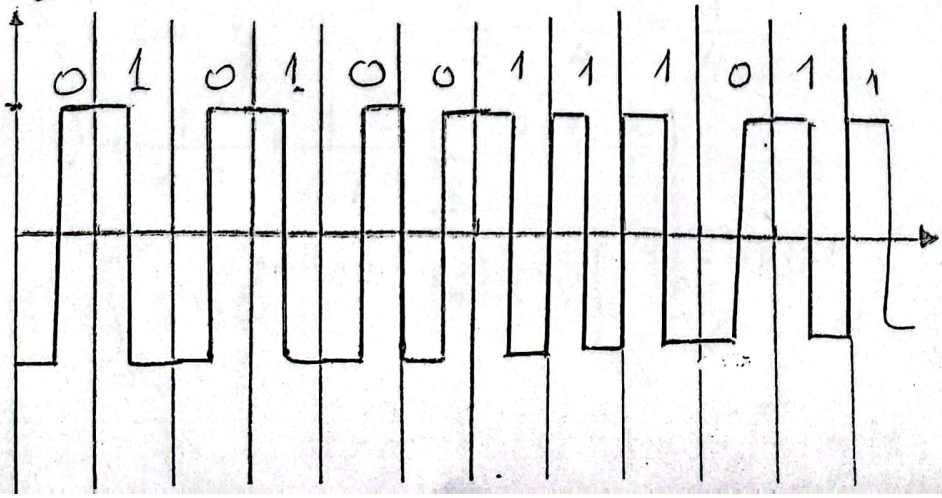




b) NRZ

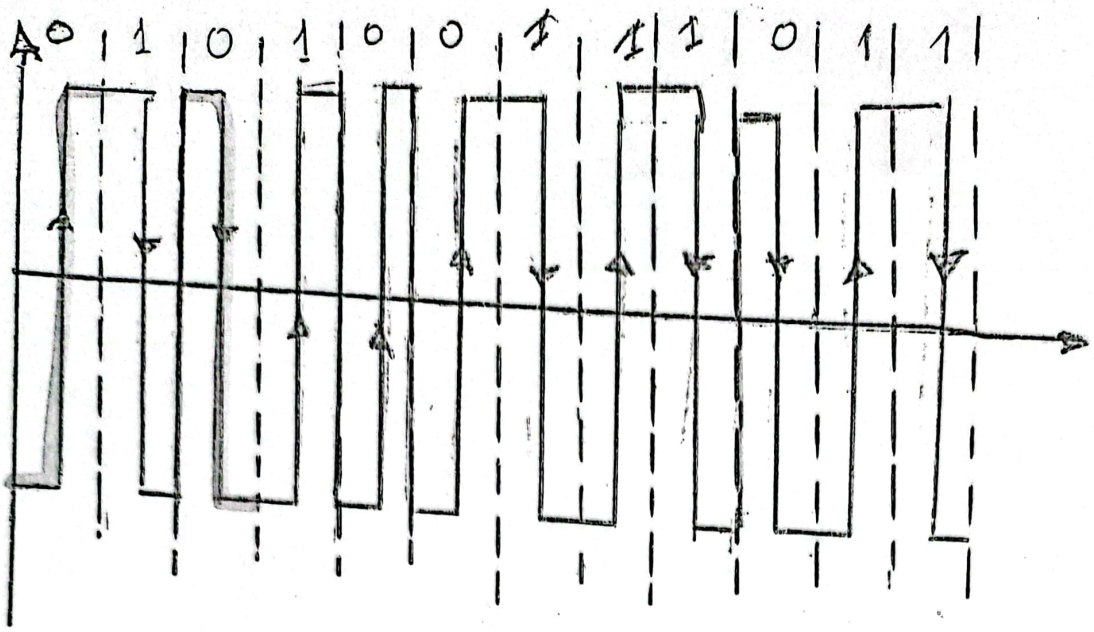


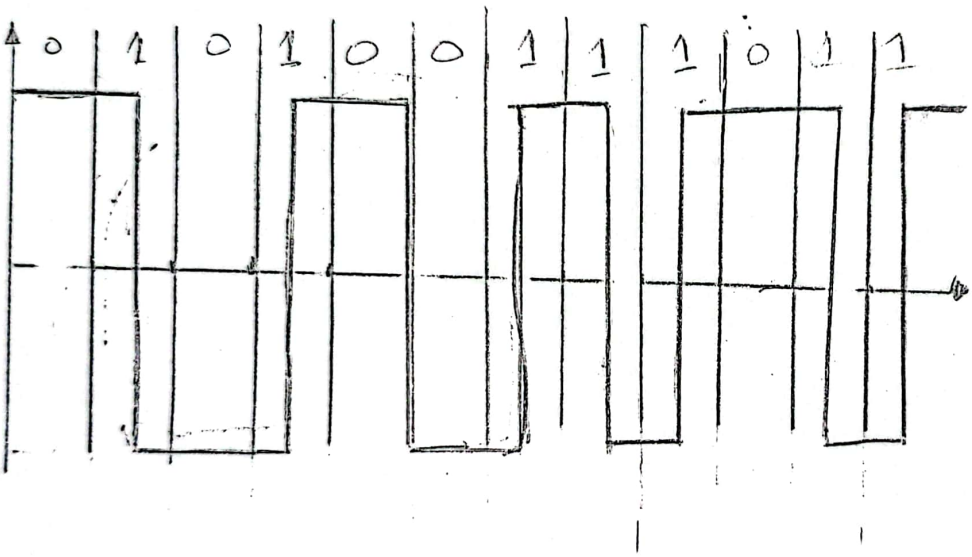
Manchester

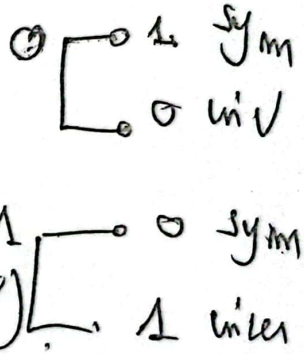


Manchester differentiel




Miller



# Etude de la densité spectrale :

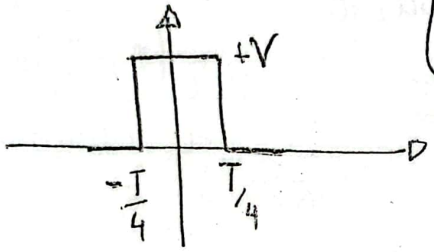
Source $\rightarrow a(t) = \sum a_k p(t - \frac{k}{T})$

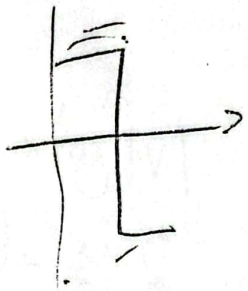
$\{0,1\}$

$\underline{k} = \{0,1\}$

codage RZ

$g(t) = \begin{cases} 1 \text{ si } t \in [0, T/2] \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$



$e(t) = a(t) * g(t) = \sum a_k p(t - \frac{k}{T}) * g(t) = \sum a_k g(t - k/T)$

$E(f) = A(f) \cdot G(f)$

aléatoire — déterministe

Rq $E(t)$ est aléatoire donc pour déterminer la densité spectrale on utilise la fonction décorélation.

$\phi_e(f) = \phi_A(f) \cdot |G(f)|^2$

d'après Benner on a

$$\gamma_a(t) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2} \sum_k p(f - \frac{k}{T})$$

on $m_a = \sum a_k p_k = (0)\frac{1}{2} + (1) \times \frac{1}{2} = 0,1/2$

$\sigma_a^2 = \sum a_k^2 p_k - m_a^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$\phi_a(t) = \frac{1}{4T} + \frac{1}{4T^2} \sum_k p(f - \frac{k}{T})$

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2\pi j f t} dt = V \int_{-T/4}^{T/4} e^{-2\pi j f t} dt = \frac{-V}{2\pi f j} \left[ e^{-\pi j f T/2} - e^{\pi j f T/2} \right]$$

$$= \frac{VT}{\pi f} \sin(\pi f T/2) = \frac{VT}{2} \text{sinc}(\pi f T/2)$$

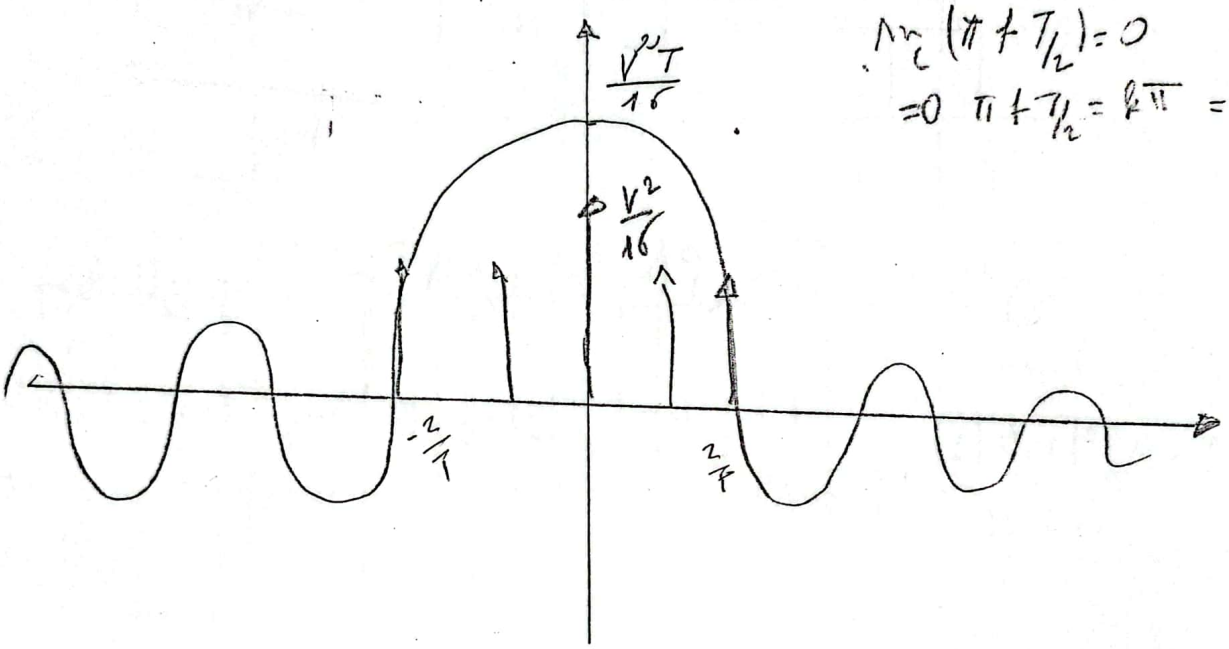
$$\phi_e(f) = \frac{V^2 T^2}{4} \sin_c^2(\pi f T/2) \cdot \left[\frac{1}{4T} + \frac{1}{4T^2} \sum \delta(f - k/T)\right]$$

$$= \frac{V^2 T^2}{16 T} \sin_c^2(\pi f T/2) \left[1 + \frac{1}{T} \sum \delta(f - k/T)\right]$$

$$= \underbrace{\frac{V^2 T}{16} \sin_c^2(\pi f T/2)}_{\text{continue}} + \underbrace{\frac{V^2}{16} \sum \delta(f - k/T)}_{\text{discrète}}$$

$\sin_c(\pi f T/2) = 0$

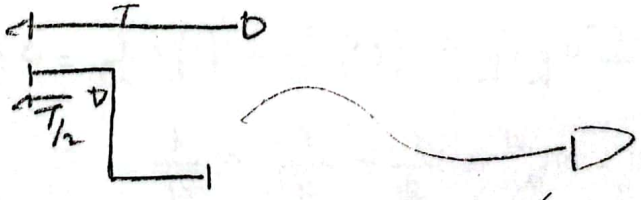
$\Rightarrow \pi f T/2 = k\pi \Rightarrow f = \frac{2}{T} k$




2D bande passante de garde

2D problème de continuité

2D dérivation de fonction de porte




R3

Manchester




R3 {1,0}

Exercice 2 :

W = 5000 Hz [200 - 5800 Hz].

R = 2400 bauds

V = 8 = $2^3$ ⟶ n = 3

$D = R \times \log_2(V) = R \times 3$

= 7200 bit/s.

V = 8 m

Lorsqu'un signal a une valence $2^m$, la rapidité de modulation d'une bande équivalente à un débit binaire de m bits.

2) W = [352 - 61] = 291 kHz.

$\frac{S}{B}$ = 25 dB ⟶ D

$10^{25/10}$ =

$\left(\frac{S}{B}\right)_{db} = 10 \log_{10}\left(\frac{S}{B}\right)$

$\Rightarrow D \log_{10}\left(\frac{S}{B}\right) = \frac{\left(\frac{S}{B}\right)_{db}}{10}$

$\Rightarrow \left(\frac{S}{B}\right) = 10^{\frac{\left(\frac{S}{B}\right)}{10}} = 316,2277$ (1 ⟶ unité).

a) Capacité maximale théorique est $C_{max}$

$C = W \log_2\left(1 + \frac{S}{B}\right)$

$C = 241\,823,195$ bit/s.

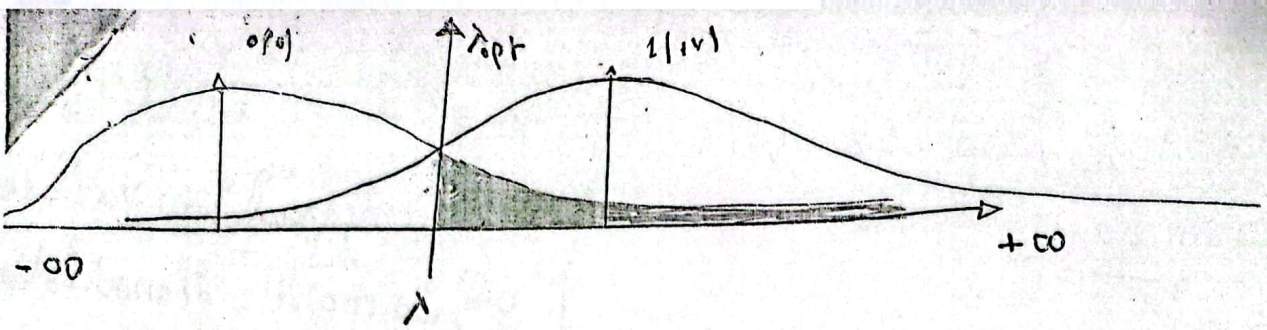
b)

$C = 1185704.303$ bit/s.

$d = n \times \log_2 |V|$

$= D \; d = 3 \times n$

NRZ ⟶ $R_s = \frac{1}{2}\{0,1\}$.




$$P_e = P_0 P_{10} + P_1 P_{01}$$

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\lambda}^{+\infty} e^{-\frac{(x-0)^2}{2\sigma^2}} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{\lambda}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx$$

on pose $z = \frac{x}{\sqrt{2}\sigma}$ $\rightsquigarrow$ $dx = \sqrt{2}\sigma\, dz$.

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \sqrt{2}\sigma \int_{\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} e^{-z^2} dz.$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \boxed{\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)}$$

$$P_{10} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\frac{(1-x)^2}{2\sigma^2}} dx$$

on pose $z = \frac{1-x}{\sqrt{2}\sigma}$ $\longrightarrow$ $dx = -\sqrt{2}\sigma\, dz$.

$$= \frac{-\sqrt{2}\sigma}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\frac{1-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}} e^{-z^2} dz. = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{1-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}}^{-\infty} e^{-z^2} dz$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left|\frac{1-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right|$$

$$= P_0 \operatorname{erfc}\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right) + P_1 \operatorname{erfc}\left(\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

$$\frac{dP_0}{d\lambda} = P_0 \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \cdot \frac{-2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} + P_1 \cdot \frac{-1}{\sqrt{2}\sigma} \cdot \frac{-2}{\sqrt{\pi}} e^{-\left|\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right|^2}$$

$$\Rightarrow P_0 \cdot \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} = P_1 \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\left|\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right|^2}$$

$$\frac{P_0}{P_1} = e^{-\left|\frac{V-\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right|^2 + \left|\frac{\lambda}{\sqrt{2}\sigma}\right|^2}$$

$$\Rightarrow \ln\left|\frac{P_0}{P_1}\right| = \frac{-V - \lambda^2 + 2\lambda + \lambda^2}{(\sqrt{2}\sigma)^2}$$

$$\Rightarrow \ln\left|\frac{P_0}{P_1}\right| = \frac{2\lambda - V}{(\sqrt{2}\sigma)^2}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{V}{2}\left(\ln\left|\frac{P_0}{P_1}\right| \cdot \left|\sqrt{2}\sigma\right)^2 + 1\right)$$

2) si $P_0 = P_1$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{V}{2}}$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2T_b}$$

3)

$$\boxed{P_e = \operatorname{erfc}\left(\frac{V}{2\sqrt{2}\sigma}\right)} = \operatorname{erfc}\left(\frac{V}{4\sigma}\right)$$

$$= 2Q\left(\frac{V}{2\sigma}\right) = 2Q\left(\frac{V}{2\sqrt{\frac{N_0}{2T_b}}}\right)$$

$$V = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}}$$

$$= 2Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = 2Q\left(\frac{V}{\sqrt{2 \cdot \frac{N_0}{T_b}}}\right)$$

| | |
|---|---|
| **Année Universitaire** : 2022/2023 | **Date de l'Examen** : 13/01/2022 |
| **Nature** : ☐ DC ☑ Examen ☐ DR | **Durée** : ☐ 1h ☐ 1h30min ☑ 2h |
| **Diplôme** : ☐ Mastère ☑ Ingénieur | **Nombre de pages : 03** |
| **Option** : ☐ GCP ☐ GCV ☐ GEA ☑ GCR ☐ GM | **Enseignant : M. Abdelhakim KHLIFI** |
| **Niveau d'étude** : ☐ 1ère ☑ 2ème ☐ 3ème année | **Documents Autorisés** : ☐ Oui ☑ Non |
| **Matière : Communications numériques** | **Remarque** : Calculatrice autorisée |

## Exercice 1 : Seuil de détection (7.5 points)

On note $\{a_k\}_{k=0.1....,N-1}$ la suite binaire à transmettre avec un débit binaire $D_1$. On désire étudier la performance d'un signal **NRZ bipolaire** de puissance $P = 10^{-4}W$. Ce signal est transmis à travers un canal BBAG dont la DSP du bruit vaut $1.125 \times 10^{-12}W$. La source est considérée non équiprobable et $p_0 = \frac{3}{4}$. Le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre de réception vaut **10.45 dB**.

1. Quelles sont les critères à atteindre lors de la conception d'une chaine de transmission numérique ?
2. Donnez avec démonstration, l'expression de la DSP du code NRZ bipolaire et NRZ unipolaire (cas équiprobable).
3. Dans un tableau, comparez les deux codes en ligne
4. Schématiser la chaine de transmission numérique complète et donner la fonction de chaque bloc.
5. Ecrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception.
6. Donnez, avec démonstration, l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$ en fonction de $A, \sigma, p_0, p_1$ et $\lambda$ le seuil de détection.



CamScanner

7. Donnez, avec démonstration, l'expression de seuil de décision optimal $\lambda_{opt}$ qui minimise la probabilité d'erreur $P_e$.
8. Déterminer la valeur du débit binaire et en déduire la valeur de $\lambda_{opt}$
9. Calculer dans ce cas la probabilité d'erreur $P_e$.
10. Proposez des solutions pour améliorer la performance du système.
11. Montrer les deux critères de Nyquist idéal et pourquoi le filtre est non réalisable dans la pratique ?
12. Calculer la bande passante minimale du système $B$ respectant le critère de Nyquist sachant que le facteur roll-off du filtre cosinus surélevé $\alpha = 0.3$. Schématisez ce filtre.
13. A quoi sert le diagramme de l'œil ? Que signifie un œil ouvert ou fermé ? De quels paramètres dépend le diagramme de l'œil. ?
14. Tracez le diagramme d'œil dans le cas d'un canal bruité et la présence d'une forte mobilité.

## Exercice 3 : Modulation QAM-M (5.5 points)

On considère maintenant que les signaux sont modulés en **QAM-M** et transmis à travers un canal. Dans cette partie, on suppose que les symboles sont équiprobables. Le nouvel débit atteint est $\boldsymbol{D_2 = 28\ Mbit/s}$

1. Vérifier que la valeur de la valence $\boldsymbol{M = 16}$. .
2. Montrer que la probabilité d'erreur du symbole QAM-M est donnée par :

$$P_{s-QAM-M} \approx 2\frac{\sqrt{M}-1}{\sqrt{M}} erfc\left(\sqrt{\frac{3}{N_0}\cdot\frac{E_s}{M}}\right)$$

3. Tracez la constellation QAM-16.
4. Sachant que le rapport $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{db} = 10\ dB$, calculer la probabilité d'erreur binaire $P_b$.
5. Si le canal est fortement bruité, quelle solution proposez -vous?



CamScanner

## Exercice 3 : Egalisation du canal (7 points)

1. Le canal est initialement inconnu à la réception. Donnez alors le schéma équivalent d'une chaine de transmission numérique et donnez le rôle de chaque bloc.
2. Quelle est la différence entre un égaliseur ZF et un égaliseur MMSE ?
3. Maintenant, on suppose que le canal est parfaitement connu. On suppose la fonction de transfert $F(z) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2}$. Le bruit blanc gaussien a une densité de spectre de puissance d'ordre 0.4. Les données appliquées à l'entrée du canal ne sont pas corrélées. Un égaliseur ZF de longueur $N = 3$ est utilisé.
   a. Donnez alors le nouveau schéma équivalent d'une chaine de transmission numérique.
   b. Calculer le rapport $SINR$ à la sortie de l'égaliseur et sans égalisation. Conclure.
   c. La puissance reçue est atténuée d'ordre 3 dB. Recalculer le nouveau SINR. Conclure.

**Bonne chance ☺**



CamScanner

| | |
|---|---|
| **Année Universitaire** : 2023/2024 | **Date de l'Examen** : 09/01/2024 |
| **Nature** : ☐ DC ☑ Examen ☐ DR | **Durée** : ☐ 1h ☐ 1h30min ☑ 2h |
| **Diplôme** : ☐ Mastère ☑ Ingénieur | **Nombre de pages : 03** |
| **Section** : ☐ GCP ☐ GCV ☐ GEA ☑ GCR ☐ GM | **Enseignant : M. Abdelhakim KHLIFI** |
| **Niveau d'étude** : ☐ 1ère ☑ 2ème ☐ 3ème année | **Documents Autorisés** : ☐ Oui ☑ Non |
| **Matière : Communications numériques** | **Remarque :** Calculatrice autorisée |

## Exercice 1 (11.5 points)

On note $\{a_k\}_{k=0.1....,N-1}$ la suite binaire à transmettre avec un débit binaire $\boldsymbol{D_1}$ . On désire étudier la performance d'un signal NRZ **unipolaire**. Ce signal est transmis à travers un canal BBAG. La DSP du bruit vaut $6.825 \times 10^{-13} W$. La source est considérée non équiprobable et $p_0 = \frac{1}{4}$. Le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre de réception vaut $9.44\ dB$. La bande passante du système $B = 5.6\ MHz$ et le facteur roll-off $\alpha = 0.4$

### *Partie A* (7.5 points)

1. Quelles sont les critères à atteindre lors de la conception d'une chaine de transmission numérique ?
2. Donnez avec démonstration, l'expression de la DSP du code NRZ unipolaire (cas équiprobable).
3. Dans un tableau, comparez les trois codes en ligne NRZ unipolaire, RZ-1/2,Manchester.
4. Schématiser la chaine de transmission numérique complète et donner la fonction de chaque bloc.
5. Ecrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception.
6. Donnez, avec démonstration, l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$ en fonction de $A, \sigma,\ p_0, p_1$ et $\lambda$ le seuil de détection.



CamScanner

7. Donnez, avec démonstration, l'expression de seuil de décision optimal $\lambda_{opt}$ qui minimise la probabilité d'erreur.
8. Calculer dans ce cas la probabilité d'erreur $P_e$.
9. Proposez des solutions pour améliorer la performance du système.
10. Montrez que le critère de Nyquist idéal est $R_{max} = 2B$.
11. Pourquoi le filtre de Nyquist est non réalisable dans la pratique ?
12. A quoi sert le diagramme de l'œil ? Que signifie un œil ouvert ou fermé ? De quels paramètres dépend le diagramme de l'œil. ?
13. Tracez le diagramme de l'œil, sur une période de $2T$, pour les deux cas suivants : canal idéal et canal à bande limitée.
14. Tracez le filtre adapté sur une période $T$.

## ***Partie B*: Modulation M-QAM (4 points)**

On considère maintenant que les signaux sont modulés en $M$-QAM et transmis à travers un canal. Dans cette partie, on suppose que les symboles sont équiprobables. Le nouveau débit désiré est $\boldsymbol{D_2 = 28.8\ Mbit/s}$.

1. Déterminer la relation entre la rapidité de modulation et le débit binaire
2. En déduire la valeur de la valence $M$.
3. En déduire l'expression de la modulation $M$-QAM à partir de celle de la modulation ASK.
4. Tracez la constellation QAM-M.
5. Calculer la valeur de la probabilité moyenne du symbole $P_s$.
6. En déduire la probabilité d'erreur binaire $P_b$.



CamScanner

7,75

## Exercice 2 : Egalisation du canal (8.5 points)

1. Montrez qu'un système de communication numérique peut être modélisé par l'équation suivante :

$$C(z) = F(z)C(z) + U(z)$$

2. Donnez la signification de chaque terme ?
3. Quel est le rôle de l'égaliseur du canal ?
4. Expliquez pourquoi l'opération de l'égalisation est précédée par une étape appelée « estimation du canal ».
5. Citez deux méthodes d'estimation du canal. Donnez l'avantage et l'inconvénient de chaque méthode.
6. Donnez alors le schéma complet d'une chaine de transmission numérique en présence de l'estimateur du canal.
7. Quelle est la différence entre un égaliseur ZF et un égaliseur MMSE ?
8. Maintenant, on suppose que le canal est parfaitement connu. On suppose la fonction de transfert $F(z) = 1 + 0.7z^{-1} + 0.6z^{-2}$. Le bruit blanc gaussien a une densité de spectre de puissance 0.3. Les données $c_k \in \{-2; 2\}$ appliquées à l'entrée du canal ne sont pas corrélées. Un égaliseur ZF de longueur $N = 3$ est utilisé.

   a. Rappelez comment les coefficients du filtre ZF sont obtenus ?
   b. Calculer le rapport $SINR$ à la sortie de l'égaliseur et sans égalisation. Conclure.

**Bonne chance ☺**

CamScanner

| | |
|---|---|
| **Année Universitaire** : 2021/2022 | **Date de l'Examen** : 11/01/2022 |
| **Nature** : ☐ DC ☑ Examen ☐ DR | **Durée** : ☐ 1h ☐ 1h30min ☑ 2h |
| **Diplôme** : ☐ Mastère ☑ Ingénieur | **Nombre de pages** : 03 |
| **Section** : ☐ GCP ☐ GCV ☐ GEA ☑ GCR ☐ GM | **Enseignant** : M. Abdelhakim KHLIFI |
| **Niveau d'étude** : ☐ 1ère ☑ 2ème ☐ 3ème année | **Documents Autorisés** : ☐ Oui ☑ Non |
| **Matière** : **Communications numériques** | **Remarque** : Calculatrice autorisée |

## Exercice 1 : Seuil de détection (7.5 points)

On note $\{a_k\}_{k=0.1....,N-1}$ la suite binaire à transmettre avec un débit binaire $D = 5.2\ Mbit/s$.

On désire étudier la performance d'un signal **RZ-1/2 unipolaire**. Ce signal est transmis à travers un canal BBAG. La variance du bruit vaut du bruit vaut $8.64 \times 10^{-6} W/Hz$. La source est considérée non équiprobable et $p_0 = \frac{3}{5}$. Le rapport signal sur bruit à la sortie du filtre de réception vaut $-1.5\ dB$.

1. Quelles sont les critères à atteindre lors de la conception d'une chaine de transmission numérique ?
2. Donnez avec démonstration, l'expression de la DSP du code RZ-1/2 (cas équiprobable).
3. Dans un tableau, comparez les ~~trois~~ 2 codes en ligne NRZ unipolaire, RZ-1/2.
4. Schématiser la chaine de transmission numérique complète et donner la fonction de chaque bloc.
5. Ecrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception.
6. Donnez, avec démonstration, l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$ en fonction de $A$,$\sigma$, $p_0, p_1$ et $\lambda$ le seuil de détection.
7. Donnez, avec démonstration, l'expression de seuil de décision optimal $\lambda_{opt}$ qui minimise la probabilité d'erreur.



CamScanner

8. Calculer dans ce cas la probabilité d'erreur $P_e$.
9. Proposez des solutions pour améliorer la performance du système.
10. Montrez que le critère de Nyquist idéal est $R_{max} = 2B$.
11. Pourquoi le filtre de Nyquist est non réalisable dans la pratique ?
12. Calculer le facteur roll-off du filtre cosinus surélevé $\alpha$, sachant que la bande passante minimale du système respectant le critère de Nyquist $B = 4.16\ MHz$.
13. A quoi sert le diagramme de l'œil ? Que signifie un œil ouvert ou fermé ? De quels paramètres dépend le diagramme de l'œil. ?

## Exercice 3 : Modulation M-PSK (5 points)

On considère maintenant que les signaux sont modulés en M-PSK et transmis à travers un canal. Dans cette partie, on suppose que les symboles sont équiprobables. Le débit désiré est $\boldsymbol{D = 14.56\ Mbit/s}$ et B=4.16 MHz

1. Déterminer la relation entre la rapidité de modulation et le débit binaire
2. En déduire la valeur de la valeur minimale de la valence $M$ pour satisfaire le critère de Nyquist idéal.
3. Montrer que la probabilité d'erreur du symbole M-PSK est donnée par :

$$P_s \approx erfc\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}.sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

4. Tracez la constellation PSK-M.
5. Sachant que le rapport $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{db} = 15\ dB$, calculer la valeur $M$ pour avoir une probabilité moyenne $P_s$.
6. En déduire la probabilité d'erreur binaire $P_b$.
7. Maintenant, la nouvelle valeur de valance est $M' = 2M$ .
   a. Recalculer la probabilité d'erreur moyenne $P_s$ et le débit binaire.



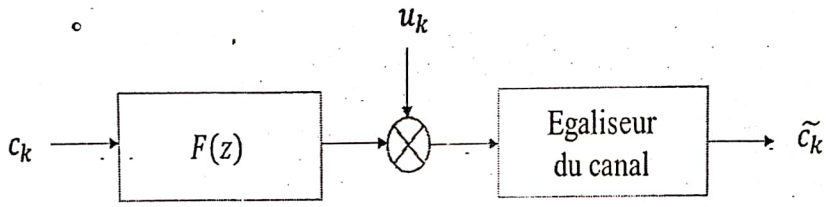
CamScanner

b. Que remarquez-vous ?

8. Maintenant, le canal est fortement bruité. Que proposez-vous ?

## Exercice 3 : Egalisation du canal (7.5 points)

1. Montrez qu'un système de communication numérique peut être modélisé par l'équation suivante :




2. Que signifie le signal $u_k$ ?
3. Quel est le rôle de l'égaliseur du canal ?
4. Expliquez pourquoi l'opération de l'égalisation est précédée par une étape appelée « estimation du canal ».
5. Citez deux méthodes d'estimation du canal.
6. Donnez alors le schéma complet d'une chaine de transmission numérique.
7. Quelle est la différence entre un égaliseur ZF et un égaliseur MMSE ?
8. Maintenant, on suppose que le canal est parfaitement connu. On suppose la fonction de transfert $F(z) = 1 + 0.4z^{-1} + 0.3z^{-2}$. Le bruit blanc gaussien a une densité de spectre de puissance $\frac{N_0}{2} = 0.3$. Les données $c_k \in \{-1; 1\}$ appliquées à l'entrée du canal ne sont pas corrélées. Un égaliseur ZF de longueur $N = 3$ est utilisé.

   a. Rappelez comment les coefficients du filtre ZF sont obtenus ?
   b. Calculer le rapport $SINR$ à la sortie de l'égaliseur et sans égalisation. Conclure.

**Bonne chance ☺**



CamScanner

| ENIG | Devoir de contrôle:<br>Communications numériques | 2019/2020 |
|---|---|---|
| GCR 2 | Responsable : M. Abdelhakim KHLIFI | Durée : 1H30 |

**Exercice 1 : (4 points)**

1. Codez la séquence suivante S= 111010 selon :
   - RZ-1/2
   - NRZ unipolaire
   - Manchester différentiel
2. Déterminer, avec **démonstration**, l'expression de la densité spectrale de puissance du codage RZ-1/2 unipolaire. Commentez.

**Exercice 2 : (16 points)**

On note $\{a_k\}_{k=0.1....,N-1}$ la suite binaire à transmettre codé en **RZ-1/2 unipolaire**. On désire étudier la performance d'un signal **RZ-1/2 unipolaire** d'amplitude $A = 1mV$. Ce signal est transmis à travers un canal BBAG. La variance du bruit $b(t)$ vaut $\sigma^2 = 2.5 \times 10^{-8}\ W$. La source est considérée non équiprobable.

**Partie A (13 points)**

Le canal est initialement considéré « idéal »

1. Schématiser la chaine de transmission numérique complète.
2. Schématiser, sur une période $T$, le filtre d'émission $h_e(t)$.



CamScanner

3. Ecrire l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre de réception.
4. Schématiser, sur une période $T$, le filtre de réception $h_r(t)$.
5. Donner, **sans démonstration**, l'expression du rapport signal sur bruit $RSB_{out}$ à la sortie du filtre de réception.
6. Donnez, **avec démonstration**, l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$ en fonction de $A, \sigma, p_0, p_1$ et $\lambda$ le seuil de détection.
7. Donnez, **avec démonstration**, l'expression de seuil de décision optimal $\lambda_{opt}$ qui minimise la probabilité d'erreur en fonction $A$, $\sigma$ et $p_0$.
8. Sachant que $\lambda_{opt} = 0.465\ mV$, calculer la probabilité $p_0$.
9. Calculer, dans ce cas, la probabilité d'erreur $P_e$.
10. Sachant que la densité spectrale de puissance du bruit vaut $10^{-14}\ W/Hz$, en déduire la durée du temps bit $T_b$ ainsi la rapidité de modulation $R$.
11. En déduire la valeur de l'énergie d'un bit $E_b$ et la valeur de $RSB_{out}$ en dB.

**Partie B** (3 points)

Le canal est maintenant considéré « à bande limitée» $B = 1\ MHz$

1. Rappeler le critère de Nyquist idéal.
2. Est-ce que ce système respecte ce critère ? Justifiez.
3. Déterminer la valeur du facteur roll-off $\alpha$ requise permettant d'éliminer les IES.

CamScanner

# Annexe

$$erfc(x) = 2.Q(\sqrt{2}x)$$

$$erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{x}^{+\infty} e^{-z^2}\,dz$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{x}^{+\infty} e^{-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}}\,dy$$

$$\frac{d\left(erfc(u)\right)}{du} = \frac{-2}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2T_b}$$

- DSP d'un code en ligne sans mémoire :

$$\gamma_x(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} + \frac{m_a^2}{T^2}\sum_k \delta\left(f - \frac{k}{T}\right)$$

| ENIG | Examen : | A.U : 2017/2018 |
|---|---|---|
| GCR2 | Communications numériques | Durée : 2H |

## Exercice 1 :

Soit la séquence S= 1 1 0 1 0 0 0 1 0 1.

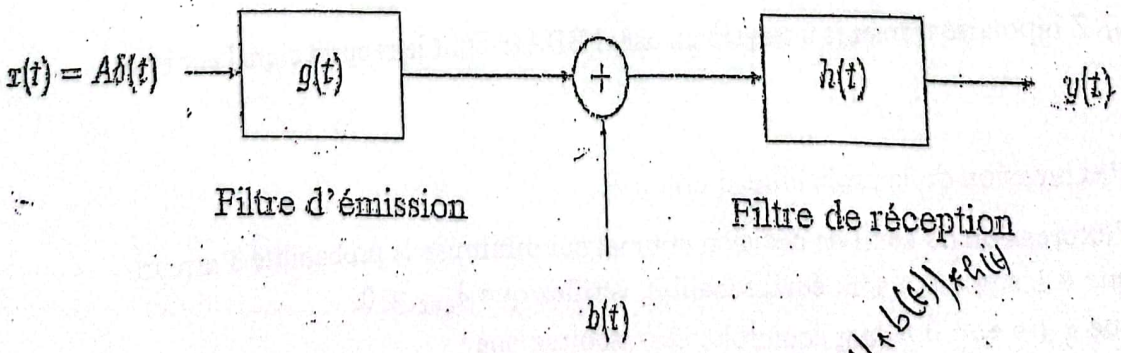
1. Donnez les codages suivants :
   a. NRZ
   b. RZ-1/2
   c. Manchester
   d. Manchester différentiel
   e. Miller
   f. AMI
2. Donnez l'expression de la densité spectrale de puissance du codage NRZ. Conclure

## Problème :

Dans ce problème, on étudiera un récepteur numérique constitué d'un filtre de réception, un détecteur du seuil et un démodulateur.

### Partie A : Le filtre de réception

On considère le système suivant:

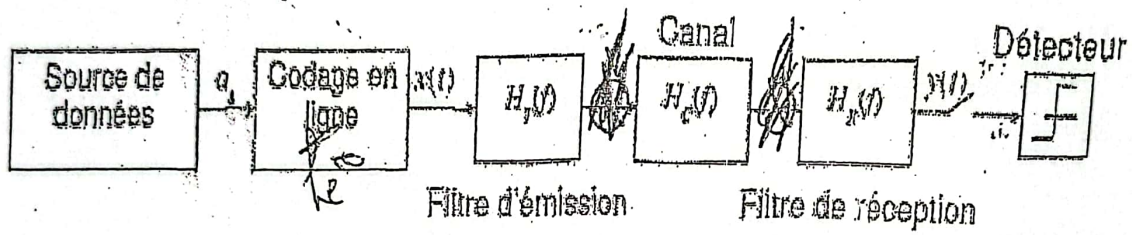


## 1er Cas : Cas d'un canal idéal

1. Donnez l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre.
2. Donnez l'expression du filtre adapté $h(t)$ permettant de maximiser le rapport signal sur bruit.
3. Si l'énergie par bit vaut $10^{-5}$ $watt - sec$ et la densité spectrale de puissance du bruit blanc vaut $2.10^{-6}$ W/Hz, calculer en dB le RSB à la sortie du filtre.
4. Schématisez la réponse impulsionnelle du filtre adapté dans le cas d'un codage Manchester.

## 2ème Cas : Cas d'un canal à bande étroite

On considère maintenant le système de transmission suivant :




1. Donnez l'expression du signal reçu $y(t)$ à la sortie du filtre.
2. A l'instant de l'échantillonnge $nT$, donner l'expression de $y(nT)$. Qu'appelle-t-on l'interférence entre symboles ?
3. Donner les deux critères de Nyquist pour la suppression totale des interférences. Est-ce-que le filtre de Nyquist est réalisable ? Si non, pourquoi ?
4. Donnez l'expression de la bande passante d'un filtre en cosinus surélevé défini par son roll-off $\alpha$. Dans le cas $\alpha = 0$, que trouve-t-on ?
5. Sachant que la durée du symbole est $T = 41.06\,\mu s$ et la facteur roll-off $\alpha = 0.35$, calculer la bande passante du filtre.

## Partie II : Détection

Soit un signal NRZ bipolaire transmis à travers un canal BBAG dont le rapport signal sur bruit est 6.8 dB.

1. Donnez l'expression de la probabilité d'erreur $P_e$.
2. Donnez l'expression de seuil de décision optimal qui minimise la probabilité d'erreur.
3. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, vérifiez que $\lambda_{opt} = 0$.
4. Sachant que « 1 » et « 0 » sont équiprobables, montrez que :

$$Pe = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

5. Calculez dans ce cas sa valeur.

On suppose un canal AWGN et des symboles équiprobables. La constellation de symboles est composée de $M = 2^k$ symboles où $k$ est un entier positif.

1. Rappeler les deux critères de Nyquist pour la suppression totale des interférences.
2. Vérifier si ce système respecte le critère Nyquist ?
3. Sinon, déterminer la valeur de $M_{min}$ permettant de répondre aux exigences de Nyquist
4. Montrer que la probabilité d'erreur du symbole M-PSK est donnée par :

$$P_s \approx erfc\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}.sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

5. Calculer le rapport $\frac{E_s}{N_0}$ et en déduire $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB)
6. Calculer la probabilité d'erreur du symbole $P_s$.
7. En déduire la probabilité d'erreur binaire $P_B$. Est-ce que cette valeur répond aux exigences demandées.
8. Sinon, et en gardant la valeur de $M_{min}$, chercher la nouvelle de $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB) permettant d'avoir $P_B \leq 10^{-5}$
9. En déduire le gain (en dB)

Bonne chance ☺

CamScanner

On suppose un canal AWGN et des symboles équiprobables. La constellation de symboles est composée de $M = 2^k$ symboles où $k$ est un entier positif.

1. Rappeler les deux critères de Nyquist pour la suppression totale des interférences.
2. Vérifier si ce système respecte le critère Nyquist ?
3. Sinon, déterminer la valeur de $M_{min}$ permettant de répondre aux exigences de Nyquist
4. Montrer que la probabilité d'erreur du symbole M-PSK est donnée par :

$$P_s \approx erfc\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}.sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$$

5. Calculer le rapport $\frac{E_s}{N_0}$ et en déduire $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB)
6. Calculer la probabilité d'erreur du symbole $P_s$.
7. En déduire la probabilité d'erreur binaire $P_B$. Est-ce que cette valeur répond aux exigences demandées.
8. Sinon, et en gardant la valeur de $M_{min}$, chercher la nouvelle de $\frac{E_b}{N_0}$ (en dB) permettant d'avoir $P_B \leq 10^{-5}$
9. En déduire le gain (en dB)

**Bonne chance** ☺

Correction d'exercice :

1) $D = 24 \times 64 + 6 = 1544$ kbit/s.

2) $B_{min} = \frac{R_s}{2}$ ) cas idéal.

$B = \frac{R_s}{2}[1+\alpha]$ cas réel.

$1 = \frac{D}{2}[1+\alpha] \Rightarrow \alpha = \frac{2}{1,544 - 1} = 0,89 \quad (0 < \alpha \leq 1)$.

3) $P_e = 10^{-7} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

$\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} = 5,15 \Rightarrow \frac{2E_b}{N_0} = (5,15)^2 \Rightarrow E_b = \frac{N_0}{2}(5,15)^2 = 53,04 \cdot 10^{-10}$.

4) $P = \frac{E}{T} \Rightarrow P = E \cdot D = 53,04 \cdot 10^{-10} \times 1,544 \cdot 10^6 = 81,89 \cdot 10^{-4}$ W.

Modulation numérique :

- Ask : Amplitude
- QAM : déplacement d'amplitude + phase
- Psk : phase
- Fsk : fréquence

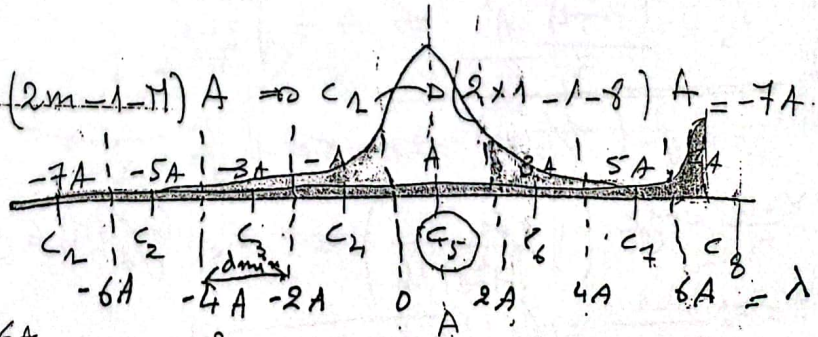
$d_{min} = 2A \quad (A \leq K)$

$erfc\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma}\right) = erfc\left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{2}\sigma}\right)$.

$M = 4$ : $00 \to +V$, $01 \to -V$, $10 \to +2V$, $11 \to -2V$.

Pour $M = 4 \Rightarrow m \in \{1, \dots, 4\} \Rightarrow (2m - 1 - M)A \Rightarrow c_1 \to (2 \times 1 - 1 - 4)A = -7A$.

Calcul de probabilité d'erreur :




$P_e(c_k \neq c_8 / c_8) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{6A} e^{-\left|\frac{y - 7A}{\sqrt{2}\sigma}\right|^2} dy = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma}\right)$.

pose $z = \frac{y \mp A - m}{\sqrt{2}\sigma}$

$dz = -\frac{1}{\sqrt{2}\sigma} dy \Rightarrow P_e = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sqrt{2\pi} \int_{A/\sqrt{2}\sigma}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right)$

$P(C_k \neq C_1 / C_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{6A}^{+\infty} e^{-\frac{(y+7A)^2}{\sqrt{2}\sigma}} dy = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{\sqrt{2}\sigma}\right)$

$P(C_k \neq C_5 / C_5) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{0} e^{-\left(\frac{y-A}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{2A}^{+\infty} e^{-\left(\frac{y+A}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} dy$

$= \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right)$

$P_e = \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right) + (M-2) \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right)\right] / M.$

$$P_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right)$$

Energie de symbole : $E_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} (2i - 1 - M)^2 A^2$

Contient 2n3, Si Log2(M)

même chose :

$E_s = \frac{A^2}{M} \sum_{i=1}^{M} (2i - (M+1))^2 = \frac{A^2}{M} \sum_{i=1}^{M} \left(4i^2 - 4i(M+1) + (M+1)^2\right)$

$= \frac{A^2}{M} \left(4 \sum_{i=1}^{M} i^2 - 4(M+1) \sum_{i=1}^{M} i + M(M+1)^2\right)$ or on a $\begin{cases} \sum_{i=1}^{M} i = \frac{M(M+1)}{2} \\ \sum_{i=1}^{M} i^2 = \frac{M(M+1)(2M+1)}{6} \end{cases}$

$= \frac{A^2}{M} \left(4 \frac{M(M+1)(2M+1)}{6} - 4\frac{(M+1)^2 M}{2} + M(M+1)^2\right).$

$E_s = \frac{(M^2-1)}{3} A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{3E_s}{M^2-1}}$

$\frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(A/\sqrt{2}\sigma\right)$ avec $\sigma = \sqrt{\frac{N_0}{2}}$.

$\frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3E_s}{(M^2-1)N_0}}\right) \Rightarrow E_s = \log_2(M) E_b.$

$P_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3 \log_2(M)}{M^2-1} \frac{E_b}{N_0}}\right).$

Défaut de ASK

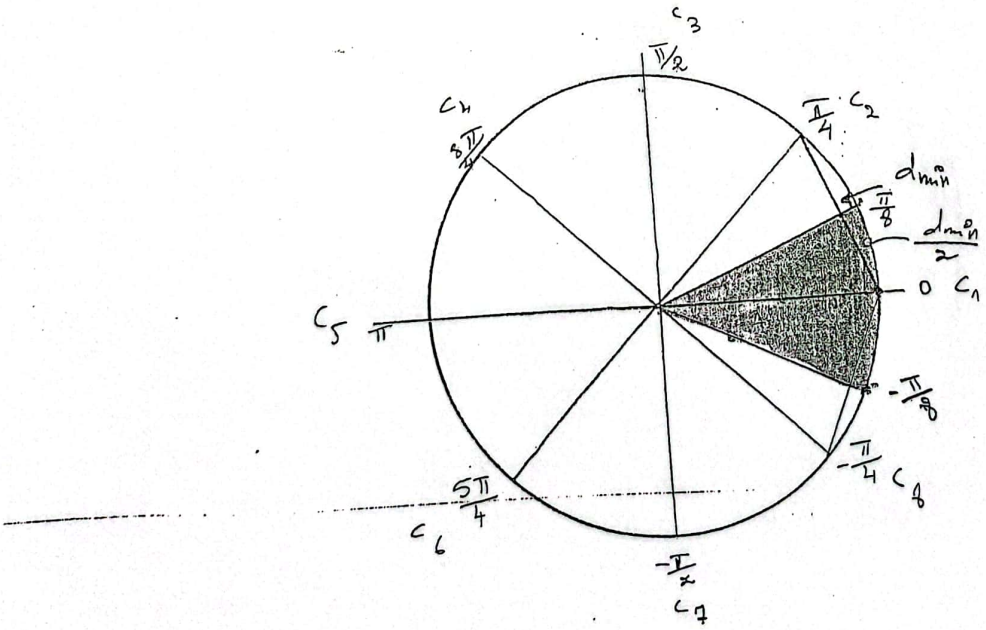
000 101 000

on peut pas distinguer qui représente l'erreur.

$$c_k = a_k + j b_k$$

$$\mathrm{Re}\left[c_k e^{j(\omega_0 t + \varphi)}\right] = c_k \cos(\omega_0 t + \varphi_k) = a_k \cos(\omega_0 t)\cos(\varphi_k) - b_k \sin(\omega_0 t)\sin(\varphi_k)$$

$$\varphi_k \in \left\{ \frac{0 \cdot 2\pi}{M}, \frac{2\pi(M-1)}{M} \right\} \quad M = 8 : \begin{cases} a_k \to \cos(\omega_0 t) \\ b_k \to -\sin(\omega_0 t). \end{cases}$$




En général :

$$d_{min} = 2A\sin(\pi/M).$$

$$E_s = \frac{1}{M}\sum_{1}^{M} A^2 = A^2$$

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{d_{min}}{2\sqrt{2\Gamma}}\right) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{2A\sin(\pi/M)}{2\sqrt{2\Gamma}}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{A\sin(\pi/M)}{\sqrt{N_0}}\right)} \Rightarrow P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2\sin^2(\pi/M)}{N_0}}\right).$$

$$E_s = A^2 \Rightarrow P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_s\sin^2(\pi/M)}{N_0}}\right).$$

$$P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\sqrt{\log_2(M)\sin^2(\pi/M)\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

$$\boxed{P_{c_1 PSK} = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\log_2(M)\sin^2(\pi/M)\cdot E_b/N_0}\right)}$$

